

Problema do Mês

Proposta de Resolução

Dinheiro pelo Natal

Designemos por x a idade da irmã mais nova este Natal. Então, $x + 3$ será a idade da irmã do meio e $x + 6$ a idade da mais velha.

A quantia que as três receberam do pai foi

$$x(x + 3) + x(x + 6) + (x + 3)(x + 6) = 3x^2 + 18x + 18.$$

Seja a o número de anos passados desde o penúltimo Natal que passei com o meu amigo.

Há a anos, a idade das três irmãs era: $x - a$, $x - a + 3$ e $x - a + 6$ e a quantia que receberam do pai foi:

$$(x - a)(x - a + 3) + (x - a)(x - a + 6) + (x - a + 3)(x - a + 6) = 3x^2 + 18x - 6ax - 18a + 3a^2 + 18$$

A diferença entre o que receberam neste Natal e o de a anos é de 180 euros. Assim,

$$3x^2 + 18x + 18 - (3x^2 + 18x - 6ax - 18a + 3a^2 + 18) = 180 \hat{U}$$

$$6ax + 18a - 3a^2 = 180 \hat{U} 2ax + 6a - a^2 = 60$$

A equação tem duas incógnitas e uma infinidade de soluções. Das condições do problema, resulta que $x > a$ (a filha mais nova já era nascida há a anos). Por outro lado, do enunciado, a idade, x , vem expressa por um número natural.

Fazendo tentativas relativamente a, temos:

a	$2ax + 6a - a^2 = 60$	x	Observação
1	$2x + 6 - 1 = 60$	27,5	Solução não inteira
2	$4x + 12 - 4 = 60$	13	
3	$6x + 18 - 9 = 60$	$\frac{17}{3}$	Solução não inteira
4	$8x + 24 - 16 = 60$	6,5	Solução não inteira
5	$10x + 30 - 25 = 60$	5,5	Solução não inteira

Para valores de $a \geq 6$, vem $a \geq x$, o que é absurdo.

Assim, a única solução da equação que tem significado para o problema é 13.

As três irmãs têm 13, 16 e 19 anos.

