

Secundário

# Problema do Mês

## Proposta de Resolução

### Campeonato de patinagem

A primeira questão a resolver é determinar o número de provas de patinagem disputadas.

Em cada prova são atribuídos

$$6 + 3 + 1 = 10 \text{ pontos}$$

No final, o total de pontos foi de:

$$41 + 40 + 39 = 120.$$

Assim, dividindo estes dois resultados, obtemos o número de provas: 12.

De que maneira pode a Nisa, em 12 provas, ter conseguido 41 pontos?

Reparemos que, tanto no primeiro lugar como no segundo, o número de pontos é múltiplo de 3. Então, o total de pontos conseguidos com os primeiros e segundos lugares é também múltiplo de 3. Para ter 41 pontos é necessário que o número de terceiros lugares seja 2 ou 5 ou 8.

Se o número de terceiros lugares for 2, temos de distribuir os restantes 10 resultados pelos primeiro e segundo lugares de modo a obter os 39 pontos que faltam. A única hipótese é 3 primeiros e 7 segundos. E temos, realmente  $3 \times 6 + 7 \times 3 + 2 \times 1 = 41$  pontos.

Esta hipótese, a que chamaremos N1, pode ser escrita de forma simplificada: 3 – 7 – 2 (N1) em que aparecem, sucessivamente, o número de vezes que a Nisa ficou em cada uma das três possíveis posições.

Se o número de terceiros lugares for 5, a Nisa terá de ter também 5 primeiros e 2 segundos lugares: 5 – 2 – 5 (N2)

Se o número de lugares for 8, já não é possível atingir os 41 pontos.

Passemos agora à Cláudia, que teve 40 pontos.

Raciocinando de forma análoga, o número de terceiros lugares terá sido 1 ou 4 ou 7.

Se for 1 terceiro lugar, teremos mais 2 primeiros e 9 segundos: 2 – 9 – 1 (C1)

Se forem 4 terceiros, será: 4 – 4 – 4 (C2)

Com 7 terceiros já não é possível chegar aos 40 pontos.

Finalmente, para os 39 pontos da Ângela, o número de terceiros lugares será 0 ou 3 ou 6 ou 9.

As possibilidades serão:

Secundário

# Problema do Mês

## Proposta de Resolução (cont)

### Campeonato de patinagem

As possibilidades serão:

1 - 11 - 0 (A1)

3 - 6 - 3 (A2)

5 - 1 - 6 (A3)

Agora, temos de combinar as possibilidades de resultados atrás obtidas (uma para cada concorrente) de modo a ter 12 primeiros lugares, 12 segundos e 12 terceiros. Há três hipóteses:

Hipótese 1

3 - 7 - 2 (N1)

4 - 4 - 4 (C2)

5 - 1 - 6 (A3)

Hipótese 2

5 - 2 - 5 (N2)

2 - 9 - 1 (C1)

5 - 1 - 6 (A3)

Hipótese 3

5 - 2 - 5 (N2)

4 - 4 - 4 (C2)

3 - 6 - 3 (A2)

As hipóteses 1 e 2 são de rejeitar porque sabemos que a Ângela ficou pelo menos duas vezes em segundo lugar. Logo, a solução é a hipótese 3.

A Nisa teve 5 primeiros, 2 segundos e 5 terceiros.

A Cláudia teve 4 primeiros, 4 segundos e 4 terceiros.

A Ângela teve 3 primeiros, 6 segundos e 3 terceiros.